



KUPASAN MUTU JAWAPAN

MATEMATIK TAMBAHAN 1

3472/1

SPM

2 0 1 3



KEMENTERIAN
PENDIDIKAN
MALAYSIA

BENTUK KERTAS SOALAN

Kertas Matematik Tambahan 3472/1 mengandungi 25 soalan dan calon wajib menjawab kesemua soalan. Soalan disampaikan dalam format dwibahasa mengikut perenggan. Calon dibenarkan menjawab dalam bahasa Inggeris atau bahasa Melayu.

Calon diberi masa 2 jam untuk menjawab kertas ini.

PRESTASI KESELURUHAN

Secara keseluruhannya, prestasi calon pada tahun 2013 adalah baik. Calon telah memberi langkah kerja yang sistematik dan betul serta jawapan yang tepat. Sebilangan calon telah menunjukkan prestasi yang cemerlang. Ini merupakan satu indikator calon telah menguasai konsep matematik dalam menyelesaikan masalah. Walaubagaimanapun, sebahagian besar calon masih berada pada aras pencapaian sederhana. Terdapat juga segelintir calon yang berada pada aras pencapaian yang rendah.

PRESTASI MENGIKUT KUMPULAN CALON**Kumpulan Tinggi**

Soalan dapat ditafsir dengan ayat matematik, tatatanda atau simbol matematik yang tepat. Langkah kerja yang ditunjukkan adalah ringkas, teratur dan sistematik. Calon menyelesaikan soalan dengan menggunakan kaedah dan rumus yang tepat. Jawapan yang diberikan oleh calon adalah tepat, jitu dan lengkap mengikut tugas soalan. Calon cemerlang mempunyai kefahaman konsep dan kemahiran asas matematik yang baik.

Kumpulan Sederhana

Calon prestasi sederhana dapat mentafsir soalan dengan baik. Langkah kerja menunjukkan calon menggunakan rumus yang betul. Walaubagaimanapun calon banyak melakukan kesilapan dalam penggantian nilai, manipulasi algebra, operasi matematik, pengiraan dan pembundaran sehingga empat angka bererti. Majoriti calon tidak dapat menjawab soalan beraras tinggi yang melibatkan konsep-konsep abstrak. Segelintir calon memberi langkah penyelesaian yang rumit dan tidak sistematik. Prestasi pencapaian menunjukkan calon berupaya menguasai kefahaman asas matematik dan dapat menjawab soalan beraras rendah dengan tepat.

Kumpulan Rendah

Majoriti calon tidak memahami kehendak soalan. Calon tidak dapat mengguna kaedah dan rumus yang tepat. Langkah kerja yang ditunjukkan tidak sistematik. Segelintir calon dapat menjawab soalan beraras pengetahuan. Prestasi pencapaian menunjukkan penguasaan konsep matematik calon berada pada tahap rendah.

PRESTASI TERPERINCI

Soalan 1

- 1 Diagram 1 shows the relation between set P and set Q in the graph form.
Rajah 1 menunjukkan hubungan antara set P dan set Q dalam bentuk graf.

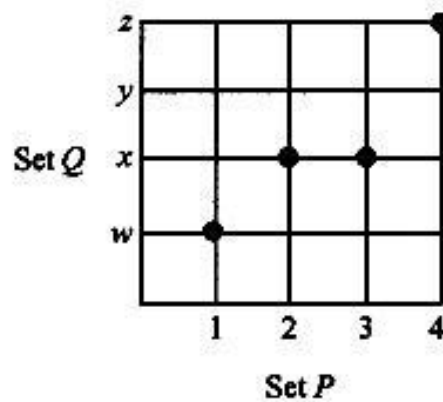


Diagram 1
Rajah 1

State

Nyatakan

- (a) the range of the relation,
julat hubungan itu,
- (b) the type of the relation between set P and set Q .
jenis hubungan antara set P dan set Q .

Berdasarkan rajah dalam soalan, calon dikehendaki menyatakan

- (a) julat hubungan,
(b) jenis hubungan antara set P dan set Q .

$$\{w, x, z\}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang.

- (a) Julat hubungan diberi dengan menyenaraikan unsur yang betul dalam bentuk set

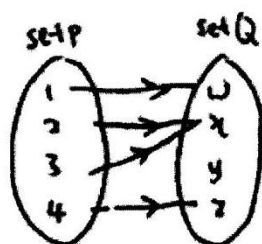
Many to one

- (b) Calon mentafsir soalan dengan menyatakan jenis hubungan “banyak kepada satu” dengan tepat.

$$\{w, x, y, z\}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon.

- (i) Unsur- unsur kodomain disenaraikan.



the range of relation

- (ii) Gambar rajah anak panah sahaja yang dilukis, tetapi jawapan tidak diberi ikut kehendak soalan.

one to many relation

(a) Jawapan dikemukakan dengan menyatakan hubungan antara set P dan set Q.

Soalan 2

2 Given the functions $f : x \rightarrow 5x + 6$ and $g : x \rightarrow 2x - 1$, find $gf(x)$.
Diberi fungsi $f : x \rightarrow 5x + 6$ dan $g : x \rightarrow 2x - 1$, cari $gf(x)$.

Soalan menguji konsep fungsi gubahan.

$$\begin{aligned}gf(x) &= g[5x + 6] \\ &= 2(5x + 6) - 1 \\ &= 10x + 12 - 1 \\ &= 10x + 11\end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Calon cemerlang memahami konsep fungsi gubahan $gf(x)$ dikuasai dengan baik. Mereka dapat mengganti fungsi $f(x)$ ke dalam fungsi $g(x)$ dengan tepat untuk menghasilkan jawapan yang betul.

(i)

$$\begin{aligned}
 gf(x) &= g(5x+6) \\
 &= 5(2x-1)+6 \\
 &= 10x-5+6 \\
 &= 10x+1
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Fungsi $g(x)$ telah digantikan ke dalam fungsi $f(x)$.

(ii)

$$\begin{aligned}
 gf(x) &= g(5x+6) \\
 &= 2(5x+6) - 1 \\
 &= 10x + 12 - 1 \\
 &= 10x + 11 \\
 x &= \frac{11}{10}
 \end{aligned}$$

Ungkapan $10x + 11$ dianggap sebagai satu persamaan $10x+11=0$, seterusnya calon cuba menyelesaikan persamaan itu untuk mencari nilai x .

Soalan 3

3 It is given that the function $f(x) = p - 3x$, where p is a constant.

Find the value of p such that $f(p) = 4$.

Diberi bahawa fungsi $f(x) = p - 3x$, dengan keadaan p ialah pemalar.

Cari nilai p dengan keadaan $f(p) = 4$.

Soalan memerlukan calon menyelesaikan ungkapan algebra untuk mencari nilai p .

$$f(x) = p - 3x$$

$$f(p) = p - 3p = 4$$

$$-2p = 4$$

$$p = -2$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Pembolehubah x digantikan dengan p dan seterusnya nilai p diselesaikan dengan operasi aritmetik yang tepat.

(i)

$$f(p) = 4$$

$$f(p) = p - 3p$$

$$p - 3p = 4$$

$$(-2p) = 4$$

$$p = 1,$$

$$f(x) = p - 3x$$

$$f(p) = p - 3p$$

$$4 = 2p$$

$$p = 2$$

Jawapan di bawah mempamerkan kesilapan calon. Kesilapan dilakukan semasa operasi penambahan sebutan.

(ii)

$$f(x) = p - 3x$$

$$f(1) = p - 3$$

$$f(p) = p - 3$$

$$4 = p - 3$$

$$7 = p$$

Pembolehkan x tidak digantikan dengan p .

Soalan 4

4 It is given that quadratic equation $x(x - 5) = 4$.

Diberi bahawa persamaan kuadratik $x(x - 5) = 4$.

(a) Express the equation in the form $ax^2 + bx + c = 0$.

Ungkapkan persamaan itu dalam bentuk $ax^2 + bx + c = 0$.

(b) State the sum of roots of the equation.

Nyatakan hasil tambah punca bagi persamaan itu.

(c) Determine the type of roots of the equation.

Tentukan jenis punca bagi persamaan itu.

Tugasan soalan memerlukan calon

(a) Mengungkapkan persamaan kuadratik dalam bentuk $ax^2 + bx + c = 0$

(b) Menyatakan hasil tambah punca persamaan itu.

(c) Menentukan jenis punca persamaan itu.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad x(x-5) &= 4 \\
 x^2 - 5x &= 4 \\
 x^2 - 5x - 4 &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \text{SOR} &= -\left(-\frac{5}{1}\right) \\
 &= 5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (c) \quad b^2 - 4ac & \\
 &= (-5)^2 - 4(1)(-4) \\
 &= 41
 \end{aligned}$$

$b^2 - 4ac > 0$, two real and different roots

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang.

- (a) Persamaan kuadratik dapat dimanipulasikan ke dalam bentuk $ax^2+bx+c=0$ dengan langkah yang jelas.
- (b) Calon memahami konsep hasil tambah punca persamaan kuadratik. Mereka dapat menyatakan hasil tambah punca dengan menggunakan rumus yang tepat.
- (c) Kaedah pembeza layan digunakan untuk menentu jenis punca.

(a)

$$\begin{aligned}
 (a) \quad x(x-5) &= 4 \\
 x^2 - 5x &= 4 \\
 x^2 - 5x - 4 &= 0 \\
 \therefore x^2 + (-5)x + (-4) &= 0
 \end{aligned}$$

Jawapan di bawah mempamerkan kesilapan calon. Jawapan akhir tidak dipamerkan dalam bentuk paling ringkas.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= px^2 - 2x - 3 \\
 px^2 - 2x - 3 &= 0 \\
 &\text{(no roots)} \\
 b^2 - 4ac &< 0 \\
 (-2)^2 - 4(p)(-3) &< 0 \\
 4 + 12p &< 0 \\
 12p &< -4 \\
 p &< -\frac{4}{12} \\
 p &< -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Calon boleh menggunakan pembezaan dalam menentukan julat nilai p. Langkah kerja calon melibatkan penggantian nilai a, b, dan nilai c dengan tepat. Calon juga berjaya melakukan operasi aritmetik yang melibatkan ketaksamaan dengan betul.

$$\begin{aligned}
 f(x) &= px^2 - 2x - 3 \\
 a &= p \quad b = -2 \quad c = -3 \\
 b^2 - 4ac &\leq 0 \\
 (-2)^2 - 4(p)(-3) &\leq 0 \\
 4 + 12p &\leq 0 \\
 12p &\leq -4 \\
 p &\leq -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$f(x) = px^2 - 2x - 3$$

$$b^2 - 4ac > 0$$

$$(-2)^2 - 4(p)(-3) > 0$$

$$4 + 12p > 0$$

$$12p > -4$$

$$p > -\frac{1}{3} //$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Calon menggunakan pembezaalan yang salah

Soalan 6

- 6 Diagram 6 shows the graph of a quadratic function $f(x) = -(x-2)^2 + 3k$, where k is a constant.

Rajah 6 menunjukkan graf fungsi kuadratik $f(x) = -(x-2)^2 + 3k$, dengan keadaan k ialah pemalar.

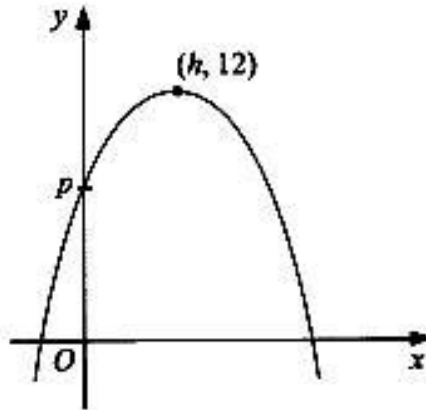


Diagram 6
Rajah 6

Given $(h, 12)$ is the maximum point of the graph,

Diberi $(h, 12)$ ialah titik maksimum graf itu,

(a) state the value of h and of k ,
nyatakan nilai h dan nilai k ,

(b) find the value of p .
cari nilai p .

Kehendak soalan memerlukan calon mentafsir fungsi kuadratik yang diberi dalam bentuk “penyempurnaan kuasa dua” untuk menentukan titik maksimum dan pintasan-y.

$$(a) \quad \begin{array}{l} x-2 = 0 \\ x = 2 \\ h = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3k = 12 \\ k = 4 \end{array}$$

$$(b) \quad \begin{aligned} f(0) &= -(0-2)^2 + 3(4) \\ &= 8 \end{aligned}$$

$$p = 8$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Calon dapat membuat perbandingan antara koordinat titik maksimum di atas graf dengan fungsi kuadratik dalam bentuk penyempurnaan kuasa dua dengan tepat untuk mencari nilai h dan nilai k . Calon berupaya menggantikan $k = 4$ dan $x = 0$ ke dalam persamaan fungsi kuadratik untuk menentukan nilai p yang betul.

(i)

$$(b) \quad \begin{aligned} f(x) &= -(x-2)^2 + 12 \\ &= -(x^2 - 4x + 4) + 12 \\ &= -x^2 + 4x - 4 + 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= -x^2 + 4x + 8 \\ y &= -x^2 + 4x + 8 \\ \text{when } x &= 0 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Langkah kerja yang ditunjukkan adalah betul, tetapi tidak menyatakan nilai p dalam jawapan akhir.

(ii)

$$\begin{aligned} \text{(b): At point } p, x &= 0 \\ \therefore y &= -x^3 + 4x - 4 + 3k \\ &= -0^3 + 4(0) - 4 + 3(4) \\ &= -4 + 12 \\ &= 8 \\ \therefore P &(0, 8) \end{aligned}$$

Calon menganggap nilai p sebagai koordinat titik P

Soalan 7

7 Given $a = \frac{1}{x^3}$, find

Diberi $a = \frac{1}{x^3}$, cari

(a) $\log_x a$.

(b) $2\log_a x$.

Soalan dalam bahagian (a) dan bahagian (b) memerlukan calon mencari nilai logaritma.

$$\begin{aligned} \text{(a) } \log_x a, \quad a &= \frac{1}{x^3} \\ \log_x a &= \log_x \frac{1}{x^3} \\ &= \log_x 1 - \log_x x^3 \\ &= \log_x 1 - 3 \end{aligned}$$

$$(a) \log_x a = \log_x x^{-3}$$

$$\log_x a = -3$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan calon cemerlang. Calon berupaya

- (i) Menggantikan $a = \frac{1}{x^3}$ atau $a = x^{-3}$ ke dalam ungkapan $\log_x a$.
- (ii) Untuk penggantian $a = \frac{1}{x^3}$, calon menyelesaikan dengan menggunakan hukum logaritma:

$$\log_x a = \log_x 1 - \log_x x^3$$

seterusnya, calon mengguna $\log_x 1 = a$, $\log_x x^3 = 3 \log_x x$ dan $\log_x x = 1$
atau

untuk penggantian $a = x^{-3}$, calon menggunakan hukum logaritma:

$$\log_x a = \log_x x^{-3}$$

dengan memahami konsep $\log_x x^{-3} = -3 \log_x x$ dan $\log_x x = 1$

$$(a) a = x^{-3}$$

$$\log_x a = -3$$

Calon berupaya menukar bentuk indeks ke bentuk logaritma dengan betul.

$$\begin{aligned}
 (b) \quad & 2 \log_a x \\
 &= \frac{\log_x x^2}{\log_x a} \\
 &= \frac{2}{\log_x \frac{1}{x^3}} \\
 &= \frac{2}{\log_x x^{-3}} \\
 &= -\frac{2}{3}
 \end{aligned}$$

Calon mengetahui konsep pertukaran asas logaritma $\log_a x = \frac{\log_x x}{\log_x a}$

(a)

$$(a) \quad q = \frac{1}{n^3}$$

$$\log_n q$$

$$\begin{aligned}
 \log_n \frac{1}{n^3} &= \log_n 1 - \log_n n^3 \\
 &= \log_n 1 - 3 \log_n n \\
 &= \log_n 1 - 3
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Calon boleh menggunakan hukum logaritma

$$\begin{aligned}
 \log \frac{m}{n} &= \log m - \log n \quad \text{dan} \\
 \log x^n &= n \log x \quad \text{dengan baik}
 \end{aligned}$$

Namun calon tidak mengetahui $\log_x 1=0$

$$\begin{aligned}2 \log_a x &= \frac{\log_x x^2}{\log_x x^3} \\ &= \frac{2 \log_x x}{3 \log_x x} \\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Penggunaan hukum logaritma $n \log x = \log x^n$ dan pertukaran asas logaritma dari asas a ke asas b telah digunakan dengan baik.
Calon membuat kesilapan dalam penggantian $a = x^{-3}$

(b)

$$\begin{aligned}2 \log_a x &= \frac{\log_{10} x^2}{\log_{10} x^{-3}} \\ &= \log_{10} x^2 - \log_{10} x^{-3} \\ &= 2 \log_{10} x - (-3) \log_{10} x \\ &= 4 \log_{10} x\end{aligned}$$

Pertukaran asas bagi logaritma dilakukan dengan baik tetapi tidak harus gunakan $\log \frac{m}{n} = \log m - \log n$

Soalan 8

8 Solve the equation:

Selesaikan persamaan:

$$\log_3 2 + \log_3(x-4) = 1$$

Tugasan soalan ialah menyelesaikan persamaan melibatkan logaritma untuk mencari nilai x

$$\log_3 2(x-4) = 1$$

$$2(x-4) = 3^1$$

$$2x - 8 = 3$$

$$2x = 3 + 8$$

$$2x = 11$$

$$\therefore x = \frac{11}{2}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan cemerlang. Hukum logaritma $\log mn = \log m + \log n$ digunakan dengan tepat. Calon juga dapat menukar persamaan logaritma kepada persamaan indeks dengan baik.

$$\log_3 2 + \log_3(x-4) = 1$$

$$\log_3 2 + \log_3(x-4) = \log_3 3$$

$$2 + (x-4) = 3$$

$$x - 4 = 1$$

$$x = 5$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Calon tahu $\log_3 3 = 1$. Bagaimana pun, calon tidak mengguna hukum logaritma $\log mn = \log m + \log n$ untuk menyelesaikan persamaan itu.

$$\log_3 2 + \log_3 (x-4) = 1.$$

$$\log_3 2 + \log_3 (x-4) = \log_3 3$$

$$\log_3 2 + \log_3 \frac{x}{4} = \log_3 3$$

$$\log_3 \left(\frac{2x}{4} \right) = \log_3 3$$

$$\frac{2x}{4} = 3$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$x = 6.$$

Kesilapan calon ialah $\log_3(x-4)$ diungkap sebagai $\log_3 \frac{x}{4}$

Soalan 9

9 The first three terms of an arithmetic progression are h , 8 and k .

Find the value of $h+k$.

Tiga sebutan pertama suatu jantang aritmetik ialah h , 8 dan k .

Cari nilai $h+k$.

Tugasan soalan ialah mencari hasil tambah sebutan pertama dan sebutan ketiga satu jantang aritmetik.

$$8-h = k-8$$

$$h+k = 16$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Beza sepunya jantang aritmetik $T_3 - T_2 = T_2 - T_1$ telah digunakan untuk mencari nilai $h+k$ dengan betul.

$$\begin{aligned}
 T_3 = k &= h + (3-1)(8-h) \\
 &= h + 2(8-h) \\
 &= h + 16 - 2h \\
 &= -h + 16 \\
 k + h &= 16
 \end{aligned}$$

Rumus $T_n = a + (n-1)d$ telah digunakan dengan betul untuk mencari nilai $h + k$.

$$\frac{8}{h} = \frac{k}{8}$$

$$h + k = 64$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Rumus nisbah sepunya janjang geometri telah digunakan untuk mencari nilai $h+k$.

Soalan 10

10 In an arithmetic progression, the common difference is -5 .

Given the sum of the first 10 terms of the progression is 45, find

Dalam suatu janjang aritmetik, beza sepunya ialah -5 .

Dibert hasil tambah 10 sebutan pertama janjang itu ialah 45, cari

- (a) the first term of the progression,
sebutan pertama janjang itu,
- (b) the tenth term of the progression.
sebutan kesepuluh janjang itu.

Tugasan soalan ialah mencari sebutan pertama dan sebutan kesepuluh bagi suatu jangjang aritmetik.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad S_{10} &= \frac{10}{2} (2a + (9)(-5)) \\
 S_{10} &= \frac{10}{2} [2a + (9)(-5)] \\
 45 &= 5(2a - 45) \\
 45 &= 10a - 225 \\
 10a &= 225 + 45
 \end{aligned}
 \quad \rightarrow \quad
 \begin{aligned}
 10a &= 270 \\
 a &= 27
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan cemerlang. Rumus hasil tambah jangjang aritmetik, $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ digunakan dengan tepat. Nilai $n=10$, $d = -5$ diganti ke dalam rumus di atas dengan betul.

$$\begin{aligned}
 T_{10} &= a + (n-1)d \\
 &= 27 + 9(-5) \\
 &= 27 - 45 \\
 &= -18
 \end{aligned}$$

Rumus sebutan ke- n , $T_n = a + (n-1)d$ diaplikasikan dengan tepat. Nilai $a = 27$, $n=10$ dan $d=-5$ digantikan ke dalam rumus di atas dengan betul.

$$\begin{aligned}
 (a) \quad S_{10} &= \frac{10}{2} [2a + (10-1)5] \\
 45 &= 5[2a + (9)5] \\
 45 &= 10a + 225 \\
 45 - 225 &= 10a \\
 a &= -\frac{180}{10} \\
 a &= -18
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Rumus $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$ digunakan dengan tepat, tetapi diganti dengan nilai d yang salah.

$$\begin{aligned}(b) \quad T_{10} &= 27 + (10-1) \cdot 5 \\ &= 27 + 9 \cdot 5 \\ &= 31\end{aligned}$$

Tenth term = 31

Rumus $T_n = a + (n-1)d$ digunakan tetapi gantian nilai $d = -5$ tidak tepat.

Soalan 11

11 The following information refers to the sum of the terms of a geometric progression.

Maklumat berikut merujuk kepada hasil tambah sebutan-sebutan suatu jangjang geometri.

$$0.363636\dots = 0.36 + v + w + \dots$$

where v and w are constants.
dengan keadaan v dan w ialah pemalar.

Determine

Tentukan

- (a) the value of v and of w ,
nilai v dan nilai w ,
- (b) the common ratio of the progression.
nisbah sepunya jangjang itu.

Tugasan soalan ialah menulis sebutan $0.363636\dots$ dalam bentuk siri geometri untuk:

- (a) menentukan nilai v dan nilai w , dan
- (b) mencari nisbah sepunya jangjang geometri.

$$0.363636.. = 0.36 + 0.0036 + 0.000036..$$

$$v = 0.0036$$

$$w = 0.000036$$

$$r = \frac{0.0036}{0.36}$$

$$= 0.01$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan cemerlang. Sebutan 0.363636... ditulis sebagai satu siri untuk menentukan nilai v dan nilai w dengan tepat. Nisbah sepunya, $r = \frac{T_2}{T_1}$ telah ditentukan dengan betul.

$$0.363636... = 0.36 + 0.036 + 0.0036$$

$$v = 0.036$$

$$w = 0.0036$$

$$r = \frac{0.0036}{0.036}$$

$$= 0.1$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Sebutan 0.363636... ditulis sebagai satu siri dengan nombor perpuluhan yang salah.

$$w - v = v - 0.36$$

$$2v = w + 0.36$$

Kaedah beza sepunya telah digunakan untuk mencari nilai v dan nilai w.

Soalan 12

- 12 The variables x and y are related by the equation $y = 1000p^x$, where p is a constant. Diagram 12 shows the straight line graph obtained by plotting $\log_{10} y$ against x .

Pembolehubah x dan y dihubungkan oleh persamaan $y = 1000p^x$, dengan keadaan p ialah pemalar. Rajah 12 menunjukkan graf garis lurus yang diperolehi dengan memplot $\log_{10} y$ melawan x .

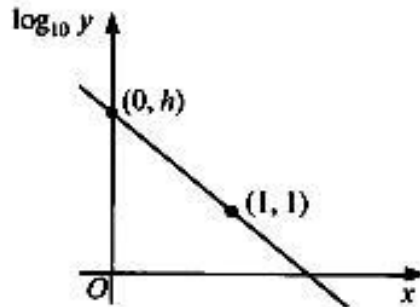


Diagram 12
Rajah 12

- (a) Express the equation $y = 1000p^x$ in linear form used to obtain the straight line graph shown in Diagram 12.

Ungkapkan persamaan $y = 1000p^x$ dalam bentuk linear yang digunakan untuk memperoleh graf garis lurus seperti ditunjukkan dalam Rajah 12.

- (b) Find the value of h and of p .

Cari nilai h dan nilai p .

Calon diuji untuk mengungkapkan persamaan $y = 1000p^x$ kepada bentuk linear $Y = mX + c$, seterusnya calon diminta mencari nilai h dan nilai p .

$$\begin{aligned}
 (a) \quad y &= 1000p^x \\
 \log_{10} y &= \log_{10} 1000p^x \\
 \log_{10} y &= \log_{10} 1000 + \log_{10} p^x \\
 \log_{10} y &= \log_{10} 10^3 + x \log_{10} p
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \log_{10} y &= 3 + x \log_{10} p \\
 \log_{10} y &= x \log_{10} p + 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad h &= y\text{-intercept} \\
 h &= 3 \\
 m &= \frac{3-1}{-1} \\
 m &= -2 \\
 \log_{10} p &= -2 \\
 p &= 10^{-2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p &= \frac{1}{100} \\
 p &= 0.01
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan cemerlang. Calon berupaya mengguna hukum logaritma $\log mn = \log m + \log n$ dan $\log m^n = n \log m$ dengan baik untuk menukar persamaan itu kepada bentuk linear. Calon juga mengenalpasti kecerunan dan pintasan-Y daripada persamaan itu. Nilai h diperoleh dengan menyamakan pintasan-Y daripada persamaan itu dengan pintasan-Y daripada graf. Calon menyamakan nilai kecerunan dari persamaan linear dengan nilai kecerunan yang dicari daripada graf, dan seterusnya menukar kepada bentuk indeks untuk mencari nilai p .

$$\begin{aligned}
 (a) \quad \log_{10} y &= \log_{10} 1000p^x \\
 \log_{10} y &= x \log_{10} 1000p \\
 \log_{10} y &= x \log_{10} 10^3 p \\
 \log_{10} y &= x \log_{10} 10^3 + \log_{10} p
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Calon menganggap x adalah kuasa bagi $1000p$, dengan itu, tidak dapat mengaplikasikan hukum logaritma $\log m^n = n \log m$ dengan tepat.

$$h = 103,1000$$

$$= \underline{\underline{3}}$$

$$m = p = \frac{3-1}{0-1}$$

$$= -2$$

$$\therefore h = \underline{\underline{3}}$$

$$p = \underline{\underline{-2}}$$

Nilai kecerunan yang dicari daripada graf adalah betul, tetapi menyamakan nilai kecerunan itu dengan p.

Soalan 13

13 Diagram 13 shows a straight line AB .

Rajah 13 menunjukkan satu garis lurus AB .

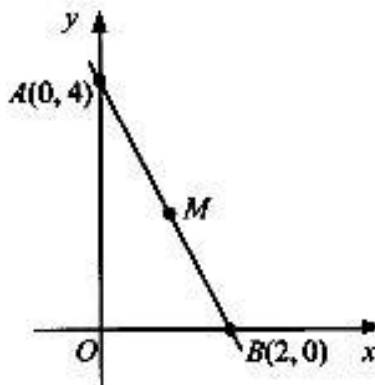


Diagram 13
Rajah 13

Given M is the midpoint of AB , find

Diberi M ialah titik tengah AB , cari

(a) the coordinates of M ,

koordinat M ,

(b) the equation of the straight line which is perpendicular to AB and passing through M .

persamaan garis lurus yang berserenjang dengan AB dan melalui M .

Tugasan soalan adalah menentukan:

(a) Koordinat titik tengah AB , dan

(i)

$$(a) M = \left(\frac{0-2}{2}, \frac{4-0}{2} \right) \\ = (-1, 2)$$

$$(b) \text{ gradient} = \frac{4-0}{0-2} \quad \text{At the point } (0,4) \\ = -2 \quad y = mx + c \\ 4 = -2(0) + c \\ c = 4$$

$$\therefore y = -2x + 4$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon.

- (a) Calon menggunakan rumus titik tengah yang salah untuk menentukan koordinat M.
- (b) Calon menentukan persamaan garis lurus AB tetapi bukan persamaan garis lurus yang berserenjang dengan AB dan melalui titik M

(ii)

$$\begin{aligned} (x, y) &= \left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2} \right) \\ &= (1, 2) \end{aligned}$$

$$M = (1, 2)$$

$$\begin{aligned} m &= \frac{4-0}{0-2} \\ &= \frac{4}{-2} \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$(1, 2) \text{ into } y = mx + c$$

$$2 = -2(1) + c$$

$$2 = -2 + c$$

$$c = 4$$

$$\text{Equation: } y = -2x + 4$$

(b) Kecerunan AB telah digunakan untuk menentukan persamaan garis lurus yang berserenjang dengan AB dan melalui titik M. Sepatutnya, calon mengaplikasikan $m_1 m_2 = -1$ untuk mencari kecerunan garis lurus yang berserenjang dengan AB.

Soalan 14

14 The point B is $(5, 0)$. A point $P(x, y)$ moves such that $PB = 3$.

Find the equation of the locus of P .

Titik B ialah $(5, 0)$. Titik $P(x, y)$ bergerak dengan keadaan $PB = 3$.

Cari persamaan lokus bagi P .

Tugasan soalan ialah mencari persamaan lokus.

$$PB = 3$$

$$\sqrt{(x-5)^2 + (y-0)^2} = 3$$

$$\cancel{x^2 - 10x + 25 + y^2 = 9}$$

$$\cancel{x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0}$$

$$(\sqrt{(x-5)^2 + (y-0)^2})^2 = 3^2$$

$$(x-5)^2 + (y-0)^2 = 9$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$$

\therefore Equation of locus of P is $x^2 + y^2 - 10x + 16 = 0$.

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Penggunaan rumus jarak yang betul dan menyamakan jarak PB dengan 3. Pengembangan ungkapan kuadratik bagi jarak PB dilakukan dengan tepat untuk mencari persamaan locus.

$$\sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(5-x)^2 + (0+y)^2} = 3$$

$$\left(\sqrt{25-x^2+y^2}\right)^2 = (3)^2$$

$$25-x^2+y^2=9$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Rumus jarak dapat digunakan dengan betul dan dapat menyamakan jarak PB dengan 3. Calon membuat kesilapan semasa mengembangkan ungkapan kuadratik bagi jarak PB.

Soalan 15

15 Given $\underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ and $\underline{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ k-1 \end{pmatrix}$, find

Diberi $\underline{u} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ dan $\underline{v} = \begin{pmatrix} 6 \\ k-1 \end{pmatrix}$, cari

- (a) the unit vector in the direction of \underline{u} ,
vektor unit dalam arah \underline{u} .
- (b) the value of k such that \underline{u} and \underline{v} are parallel.
nilai k dengan keadaan \underline{u} dan \underline{v} adalah selari.

Tugasan soalan adalah untuk mencari:

- (a) Vektor unit dalam arah \underline{u}
- (b) Nilai k dengan keadaan vektor \underline{u} dan vektor \underline{v} adalah selari.

(a) ~~magnit~~ $|\underline{u}| = \sqrt{3^2 + 4^2}$
 $= 5 \text{ units}$

Unit vector of $\underline{u} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

(b)

$h \underline{u} = \underline{v}$
 $h \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ k-1 \end{pmatrix}$
 By comparison;
 $3h = 6$
 $h = 2$

$2\underline{u} = \underline{v}$

$2 \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ k-1 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ k-1 \end{pmatrix}$

By comparison;
 $8 = k-1$
 $k = 9$

$\therefore k = 9$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang.

- (a) Magnitud \underline{u} , $|\underline{u}|$, telah dicari dengan rumus yang tepat dan vektor unit dalam arah \underline{u} ditentukan.
- (b) Calon mengaplikasikan persamaan vektor selari $h\underline{u} = \underline{v}$ dengan tepat dan seterusnya mencari nilai k dengan kaedah bandingan.

$$(a) \hat{u} = \frac{3+4i}{\sqrt{3^2+4^2}}$$

$$= \frac{10}{5}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Pengaplikasian rumus yang salah untuk vektor unit dan diberi jawapan dalam bentuk nilai tetapi bukan dalam bentuk vektor.

$$(b) \quad u = v$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ k-1 \end{pmatrix}$$

$$4 = k - 1$$

$$4 + 1 = k$$

$$5 = k$$

$$\underline{\underline{k = 5}}$$

Vektor selari disalah anggap sebagai vektor sama dan ditulis $\underline{u} = \underline{v}$.

Soalan 16

16 Diagram 16 shows two vectors \vec{OA} and \vec{OB} on a Cartesian plane.

Rajah 16 menunjukkan dua vektor \vec{OA} dan \vec{OB} pada satah Cartesian.

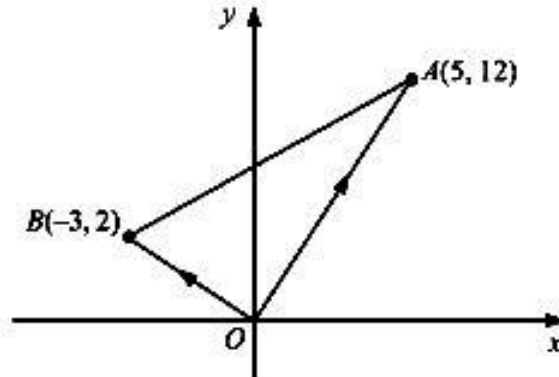


Diagram 16
Rajah 16

(a) State \vec{OA} in the form of $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

Nyatakan \vec{OA} dalam bentuk $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

(b) Express \vec{AB} in the form of $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Ungkapkan \vec{AB} dalam bentuk $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Tugasan soalan adalah untuk menyatakan

(a) \vec{OA} dalam bentuk $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$,

(b) \vec{AB} dalam bentuk $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

(a)

$$(a) \quad \vec{OA} = 5\mathbf{i} + 12\mathbf{j}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang.
 \vec{OA} dapat dinyatakan dalam bentuk $x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ dengan tepat.

(b)

$$\begin{aligned} (b) \quad \vec{AB} &= \vec{AO} + \vec{OB} \\ &= -(5\vec{i} + 12\vec{j}) + (-3\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= -5\vec{i} - 12\vec{j} - 3\vec{i} + 2\vec{j} \\ &= -8\vec{i} - 10\vec{j} \\ \vec{AB} &= \begin{pmatrix} -8 \\ -10 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Calon dapat mencari \vec{AB} dengan menggunakan hukum segi tiga vektor dengan betul. Penggunaan vektor negatif, penggantian vektor dan operasi vektor dilakukan dengan tepat dan jawapan akhir diungkap dalam bentuk $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

(a)

$$(a) \quad \vec{OA} = \begin{pmatrix} 5 \\ 12 \end{pmatrix}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon.

\vec{OA} dinyatakan dalam bentuk $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

(b)

$$\begin{aligned} (b) \quad \vec{AB} &= \vec{AO} + \vec{OB} \\ &= -(5\vec{i} + 12\vec{j}) + (-3\vec{i} + 2\vec{j}) \\ &= -5\vec{i} - 12\vec{j} - 3\vec{i} + 2\vec{j} \\ &= -8\vec{i} - 10\vec{j} \end{aligned}$$

$$(b) \quad \begin{pmatrix} -8\vec{i} \\ -10\vec{j} \end{pmatrix}$$

Calon mengungkap \vec{AB} dalam bentuk $x\vec{i} + y\vec{j}$ atau $\begin{pmatrix} xi \\ yj \end{pmatrix}$

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} \\
 &= \begin{pmatrix} -5 \\ -12 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} -8 \\ 10 \end{pmatrix} *
 \end{aligned}$$

Kesilapan melakukan operasi “+” bagi vektor-vektor.

Soalan 17

17 Diagram 17 shows the sector OPQ with centre O .

Rajah 17 menunjukkan sebuah sektor OPQ dengan pusat O .

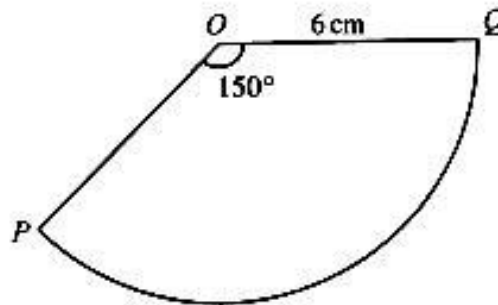


Diagram 17
Rajah 17

Find

Cari

[Use / Guna $\pi = 3.142$]

(a) $\angle POQ$, in terms of π radian,

$\angle POQ$, dalam sebutan π radian,

(b) the perimeter, in cm, sector OPQ .

perimeter, dalam cm, sektor OPQ .

Tugas soal adalah untuk mencari sudut sektor dalam sebutan π radian dan perimeter sektor yang ditunjukkan dalam gambar rajah.

$$\begin{aligned}\angle POQ &= 150^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} \\ &= \frac{5}{6} \pi \text{ rad}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(b) \quad \angle POQ &= 150^\circ \times \frac{3.142}{180^\circ} \\ &= 2.6183 \text{ rad}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Perimeter} &= (6 \times 2.6183) + 6 + 6 \\ &= 27.71 \text{ cm}\end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang.

- (a) Calon mendarab $\frac{\pi}{180}$ dengan tepat untuk menukar sudut 150° dalam sebutan π radian.
- (b) Rumus panjang lengkok $s=r\theta$ diaplikasikan dengan mengganti nilai r dan θ yang betul untuk mencari panjang lengkok PQ. Perimeter sektor diperoleh dengan menambah panjang jejari OQ, OP dan lengkok PQ dengan tepat.

$$\begin{aligned}(a) \quad \text{rad} &= 150 \times \frac{3.142}{180} \\ &= 2.62 \text{ rad}\end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Sudut 150° tidak dinyatakan dalam sebutan π radians. Calon menggantikan $\pi=3.142$.

$$\begin{aligned} \text{Arc length} &= \pi r \frac{\alpha}{360} \\ &= \frac{22}{7} \times 6 \times \frac{150}{360} \\ &= \frac{55}{7} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Perimeter of sector} \\ \text{CDB} &= 6 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + \frac{55}{7} \text{ cm} \\ &= 19 \frac{6}{7} \text{ cm or } \frac{139}{7} \text{ or} \\ &= \underline{\underline{19.86 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

Menggunakan $\pi = \frac{22}{7}$ untuk mencari panjang lengkok PQ.

Soalan 18

18 Given $\cos \theta = k$, where k is a constant and $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

Diberi $\cos \theta = k$, dengan keadaan k ialah pemalar dan $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$.

Find in terms of k

Cari dalam sebutan k

(a) $\sec \theta$,

$\sec \theta$,

(b) $\sin 2\theta$.

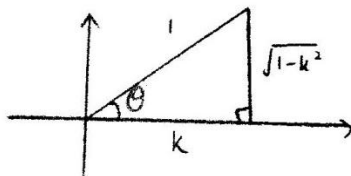
Tugasan soalan adalah untuk mencari:

(a) $\sec \theta$

(b) $\sin 2\theta$

dalam sebutan k dengan diberi $\cos \theta = k$.

(a)



$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$= \frac{1}{k}$$

(b)

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$= 2 \left(\frac{\sqrt{1-k^2}}{1} \right) (k)$$

$$= 2k\sqrt{1-k^2}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang.

(a) Rumus $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ digunakan dengan tepat.

(b) Identiti $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$, nisbah trigonometri untuk segitiga sudut tegak dan teorem *Pythagoras* digunakan dengan tepat.

(a)

$$(a) \sec \theta = \cos^{-1} \theta$$

$$= k^{-1}$$

$$\sec \theta = \frac{-1}{\cos \theta}$$

$$= \frac{-1}{k}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Calon salah tafsir $\frac{1}{\cos \theta}$ sebagai $\cos^{-1} \theta$. Penggunaan rumus $\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ yang salah.

(b)

$$\begin{aligned}\sin 2\theta &= 2\sin\theta \cos\theta \\ &= 2k\sin\theta \\ &= 2k\sqrt{1-k^2} \\ &= 2k(1-k) \\ &= 2k - 2k^2\end{aligned}$$

Calon salah menentukan punca kuasa dua $\sqrt{1-k^2}$ sebagai $1-k$.

Soalan 19

- 19** The point $P(1, -5)$ lies on the curve $y = 3x^2 - 8x$.
Titik $P(1, -5)$ terletak pada lengkung $y = 3x^2 - 8x$.

Find

Cart

- (a) the gradient of the tangent to the curve at point P ,
kecerunan tangen kepada lengkung itu di titik P ,
- (b) the equation of the normal to the curve at point P .
persamaan normal kepada lengkung itu di titik P .

Tugasan soalan adalah untuk mencari kecerunan tangen dan persamaan normal kepada lengkung pada satu titik.

(a)

$$(a) \quad y = 3x^2 - 8x$$

$$\frac{dy}{dx} = 6x - 8$$

$$= 6(1) - 8$$

$$= -2$$

$$m_{\text{tangent}} = m_{\text{of curve}}$$

\therefore Gradient of the tangent is -2

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Pembezaan persamaan lengkung dapat dilakukan dengan betul. Nilai $x = 1$ digantikan ke alam hasil pembezaan untuk mendapat kecerunan tangen pada lengkung itu.

(b)

$$(b) \quad m_1 \times m_2 = -1$$

$$-2 \times m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{1}{2}$$

$$y = m_2 x + c \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{Sub. } y = -5, x = 1, m_2 = \frac{1}{2} \text{ into } \textcircled{1}$$

$$-5 = \frac{1}{2}(1) + c$$

$$c = -\frac{11}{2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x - \frac{11}{2}$$

Kecerunan normal, M_N , diperolehi dengan mengaplikasi $M_T \times M_N = -1$.

Rumus persamaan garis lurus $y = mx + c$ digunakan dengan menggantikan nilai m , dan titik $(1, 5)$. Calon berupaya mencari persamaan normal dengan tepat.

(a)

$$(a) \frac{dy}{dx} = 6x - 8$$

gradient is 6

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Pembezaan dilaksanakan dengan betul, iaitu $\frac{dy}{dx} = 6x - 8$ dan dianggap sebagai $y = mx + c$ dan memberi kecerunan tangen = 6

(b)

To start building
Equation of normal =
To obtain gradient of normal =
 $M_{\text{tangent}} = M_{\text{normal}}$

$$M_{\text{normal}} = -2$$

To obtain c of normal
using point P(1, -5)

$$y = mx + c$$

$$-5 = -2(1) + c$$

$$-2 + c = -5$$

$$c = -5 + 2$$

$$= \underline{\underline{-3}}$$

Equation
of normal to
the curve at point P
 $y = \underline{\underline{-2x - 3}}$

Calon menggunakan kecerunan tangen untuk mencari persamaan normal.

Soalan 20

20 Given $\frac{dv}{dt} = 8t - 3$ and $v = 20$ when $t = 2$, express v in terms of t .

Diberi $\frac{dv}{dt} = 8t - 3$ dan $v = 20$ apabila $t = 2$, ungkapkan v dalam sebutan t .

Tugasan soalan adalah mengungkapkan v dalam sebutan t dengan diberi $\frac{dv}{dt} = 8t - 3$ dan $v = 20$ apabila $t = 2$.

$$\begin{aligned}\frac{dv}{dt} &= 8t - 3 \\ v &= \int 8t - 3 dt \\ v &= 4t^2 - 3t + C \\ \text{when } t = 2, v = 20 : \\ 20 &= 4(2)^2 - 3(2) + C \\ 20 &= 16 - 6 + C \\ C &= 10 \\ v &= 4t^2 - 3t + 10\end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Persamaan pembezaan dapat dikamirkan dengan betul untuk mendapat ungkapan v dalam sebutan t dan ditambah pemalar pengamiran, c . Penggantian nilai v dan nilai t dilakukan dengan tepat untuk menentukan pemalar pengamiran, c .

$$\begin{aligned} \therefore V &= \int 8t - 3 \\ &= \frac{8t^2}{2} - 3t \end{aligned}$$

$$\therefore V = \frac{8(2)^2}{2} - 3(2)$$

$$= 16 - 6$$

$$V = 10$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Calon melakukan kamiran yang tidak lengkap, iaitu tidak memberi pemalar pengamiran.

Soalan 21

21 Given $\frac{d}{dx}[f(x)] = 2g(x)$, find $\int g(x)dx$.

Diberi $\frac{d}{dx}[f(x)] = 2g(x)$, cari $\int g(x)dx$.

Tugasan soalan adalah untuk mencari hasil kamiran.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{2} \right] &= g(x) \\ \Rightarrow \int g(x) dx &= \frac{f(x)}{2} \\ \therefore \int g(x) dx &= \frac{f(x)}{2} + c \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Calon menggunakan definisi kamiran adalah songsangan bagi pembezaan untuk mencari hasil kamiran dengan baik. Tata tanda kamiran yang betul diguna dengan tepat dalam langkah kerja. Calon juga tahu bahawa pemalar pengamiran c bagi kamiran tak tentu perlu ditulis.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx}[f(x)] &= 2g(x) & \int g(x) dx \\ \frac{d[f(x)]}{2} &= \frac{2g(x)dx}{2} & = \int \frac{d[f(x)]}{2} \\ \frac{d[f(x)]}{2} &= g(x)dx \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Calon tidak tahu bahawa

$$\int \frac{d[f(x)]}{2} dx = \frac{f(x)}{2}$$

$$\frac{d}{dx}[f(x)] = 2g(x)$$

$$\int g(x) dx = \int \frac{1}{2} f(x) dx :$$

Jawapan yang diberi adalah kamiran bagi $\frac{1}{2} f(x)$

Soalan 22

22 A set of data consists of twelve positive numbers.

It is given that $\sum(x - \bar{x})^2 = 600$ and $\sum x^2 = 1032$.

Satu set data mengandungi dua belas nombor positif.

Diberi bahawa $\sum(x - \bar{x})^2 = 600$ dan $\sum x^2 = 1032$.

Find

Cari

(a) the variance,
varians,

(b) the mean.
min.

Tugasan soalan adalah untuk mencari varians dan min bagi suatu set data yang diberi.

(a)

$$\begin{aligned} (a) \quad \sigma^2 &= \frac{600}{12} \\ &= 50 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Berdasarkan kepada maklumat yang diberi, calon dapat menggunakan rumus varians yang sesuai, iaitu $\sigma^2 = \frac{\sum(x - \bar{x})^2}{N}$. Nilai $\sum(x - \bar{x})^2$ dan nilai N diganti ke dalam rumus untuk mendapat nilai varians.

(b)

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2$$

$$50 = \frac{1032}{12} - \bar{x}^2$$

$$\bar{x}^2 = 86 - 50$$

$$\bar{x}^2 = 36$$

$$\sqrt{\bar{x}^2} = \sqrt{36}$$

$$\bar{x} = 6$$

$$\therefore \text{Mean} = 6$$

Untuk mencari min, nilai varians daripada (a) dan maklumat yang diberi diganti ke dalam rumus $\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2$.

(a)

$$(a) \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}}$$

$$= \sqrt{\frac{600}{12}}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= 7.0711$$

$$\text{variance} = 7.0711^2$$
$$= 50.00$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Sebilangan calon menggunakan rumus sisihan piawai, iaitu iaitu $\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{N}}$ dan jawapan akhir yang diberi ialah sisihan piawai.

$$\begin{aligned}
 \text{variance, } \sigma^2 &= \frac{\sum x^2}{12} - (\bar{x})^2 \\
 &= \frac{\sum x^2}{12} - \left(\frac{\sum x}{12}\right)^2 \\
 &= \frac{\sum x^2}{12} - \frac{\sum x^2}{144} \\
 &= \frac{12\sum x^2 - \sum x^2}{144} \\
 &= \frac{11\sum x^2}{144} \\
 &= \underline{78.83} //
 \end{aligned}$$

Penggunaan rumus yang tidak sesuai, iaitu iaitu $\sigma^2 = \frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2$ menyebabkan penggantian tidak dapat dilakukan dengan tepat dan jawapan akhir tidak dapat diselesaikan.

(b)

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \sigma &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2} \\
 \bar{x}^2 &= \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \sigma} \\
 &= \sqrt{\frac{1032}{12} - 50} \\
 &= \sqrt{36} \\
 \bar{x}^2 &= 6 \\
 \bar{x} &= \sqrt{6} \\
 &\approx 2.449
 \end{aligned}$$

Untuk mencari min, majoriti calon menggunakan rumus varians, iaitu iaitu

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2}, \text{ tetapi membuat manipulasi rumus yang salah, iaitu } \bar{x}^2 = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \sigma}.$$

Akibatnya, jawapan yang didapati ialah nilai \bar{x}^2 dan nilai min, \bar{x} adalah tidak tepat.

$$(b) \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \frac{\sum x}{N}} = 7.0711$$

$$\sqrt{\frac{1032}{12} - \frac{\sum x}{12}} = 7.0711$$

$$\frac{1032}{12} - \frac{\sum x}{12} = 7.0711^2$$

$$\frac{1032}{12} - \frac{\sum x}{12} = 50.00$$

$$-\frac{\sum x}{12} = 50.00 - \frac{1032}{12}$$

$$-\frac{\sum x}{12} = -36$$

$$\sum x = \frac{-36}{-12}$$

$$= 3$$

mean = 3

Calon menggunakan rumus $\sigma = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - \bar{x}^2}$, dan \bar{x} digantikan dengan $\frac{\sum x}{N}$. Apabila nilai σ , nilai $\sum x^2$ dan nilai N diganti, nilai $\sum x$ yang didapati, bukannya nilai min.

Soalan 23

23 Diagram 23 shows a seven-letter word.

Rajah 23 menunjukkan satu perkataan tujuh huruf.

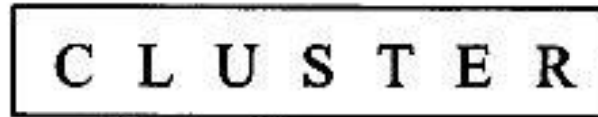


Diagram 23

Rajah 23

- (a) Find the number of different ways to arrange all the letters in a row.
Cari bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua huruf dalam satu baris.
- (b) Four letters are to be chosen from the word.
Find the number of ways of choosing the four letters which consists of 3 consonants.
Empat huruf akan dipilih daripada perkataan itu.
Cari bilangan cara untuk memilih empat huruf itu yang terdiri daripada 3 konsonan.

Tugas soal adalah untuk mencari:

- (a) Bilangan cara yang berlainan untuk menyusun semua huruf dalam satu baris, dan
(b) Bilangan cara untuk memilih empat huruf yang terdiri daripada 3 konsonan berdasarkan satu perkataan tujuh huruf berlainan yang diberi.

(a)

$$(a) \quad {}_7P_7 = 5040$$

$$(b) \quad {}_7C_4 \times {}_5C_3 = 350$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Rumus pilihatur ${}^n P_r$ digunakan dengan tepat untuk mencari bilangan cara susunan.

(b)

$$\begin{aligned}\text{Number of ways} &= {}^5C_3 \times {}^2C_1 \\ &= 10 \times 2 \\ &= 20\end{aligned}$$

Calon menggunakan nC_r untuk memilih 3 konsonan daripada 5 konsonan dan 1 huruf vokal daripada 2 huruf vokal. Operasi hasil darab telah digunakan dengan tepat untuk rumus gabungan nC_r bagi mencari jawapan akhir.

(b)

$$\begin{aligned}\text{(b)} \quad & {}^5C_3 + {}^2C_1 \\ &= 10 + 2 \\ &= 12 \text{ ways}\end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Rumus nC_r telah digunakan dengan betul untuk memilih 3 konsonan dan 1 huruf vokal, tetapi calon salah aplikasikan hasil tambah untuk rumus gabungan nC_r .

Soalan 24

24 The probability of student A being chosen as a school librarian is $\frac{3}{4}$ while the probability of student B being chosen is $\frac{5}{6}$.

Kebarangkalian murid A dipilih sebagai pustakawan sekolah ialah $\frac{3}{4}$ manakala

kebarangkalian murid B dipilih ialah $\frac{5}{6}$.

Find the probability that

Cari kebarangkalian bahawa

- (a) both of the students are chosen as the school librarians,
kedua-dua murid dipilih sebagai pustakawan sekolah,
- (b) only one student is chosen as a school librarian.
hanya seorang murid dipilih sebagai pustakawan sekolah.

Tugasan soalan adalah untuk mencari kebarangkalian untuk dua peristiwa yang tak bersandar.

$$\begin{aligned} \text{(a) } P(\text{Both chosen}) &= \frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \\ &= \frac{5}{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(b) } P(A \cap B') \text{ or } P(A' \cap B) &= \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{5}{6} \right) \\ &= \frac{1}{8} + \frac{5}{24} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Untuk bahagian (a), calon mentafsir 'kedua-dua murid' sebagai dua peristiwa tak bersandar dan prinsip pendaraban $P(A) \times P(B)$ dengan baik untuk mendapat jawapan.

Untuk bahagian (b), calon mencari kombinasi kebarangkalian yang betul untuk mendapatkan 'hanya seorang pustakawan'. Kebarangkalian peristiwa pelengkap $P(A') = 1 - P(A)$ digunakan dengan baik. Prinsip penambahan $P(A \cap B') + P(B \cap A')$ diaplikasikan dengan tepat.

(a) (i)

$$\begin{aligned}
 P(\text{Both}) &= \frac{3}{4} + \frac{5}{6} \\
 &= \frac{19}{12}
 \end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Prinsip pendaraban $P(A) \times P(B)$ tidak digunakan

(a) (ii)

$$\begin{aligned}
 (a) \quad \left(\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} \right) &= \frac{2}{4} \times \frac{3}{6} \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

Kesilapan dalam mencari hasil darab.

(b) (i)

$$\begin{aligned}
 (b) \quad \frac{3}{4} \times \frac{3}{6} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{4} \\
 &= \frac{3}{8} + \frac{5}{12} \\
 &= \frac{19}{24}
 \end{aligned}$$

Peristiwa pelengkap $P(B') = \frac{3}{6}$ dan $P(A') = \frac{2}{4}$ yang salah digunakan.

(ii)

$$\begin{aligned}(b) &= \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \\ &= \frac{2}{6}\end{aligned}$$

Calon tidak menggunakan prinsip penambahan $P(A \cap B') + P(B \cap A')$

Soalan 25

25 The random variable X represents a binomial distribution with 10 trials and the probability of success is $\frac{1}{3}$.

Pembolehubah rawak X mewakili taburan binomial dengan 10 percubaan dan kebarangkalian berjaya ialah $\frac{1}{3}$.

Find

Cari

(a) the standard deviation of the distribution,
sisihan piawai taburan itu,

(b) the probability that at least one trial is success.
kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya satu percubaan adalah berjaya.

Tugasan soalan adalah untuk mencari:

- (a) sisihan piawai taburan
- (b) kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya satu percubaan adalah berjaya untuk satu taburan binomial bagi pembolehubah rawak x dengan 10 percubaan dan kebarangkalian berjaya ialah $\frac{1}{3}$

(a)

$$\begin{aligned}\sigma &= \sqrt{npq} \\ &= \sqrt{10\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)} \\ &= \underline{\underline{1.4907}}\end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan mutu jawapan yang cemerlang. Maklumat dalam soalan telah ditafsirkan dengan betul:

$$N=10, p=\frac{1}{3} \text{ dan } q=\frac{2}{3}.$$

Rumus bagi sisihan piawai taburan binomial $\sigma = \sqrt{npq}$ telah digunakan dengan tepat dan penggantian yang betul untuk mencari jawapan.

(b)

$$\begin{aligned}P(X \geq 1) &= 1 - P(X=0) \\ &= 1 - {}^{10}C_0 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^{10} \\ &= 1 - \frac{1024}{59049} \\ &= 0.9827\end{aligned}$$

Calon dapat mentafsir 'kebarangkalian bahawa sekurang-kurangnya satu percubaan adalah berjaya' ialah $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0)$. Rumus $P(X=r) = {}^nC_r p^r q^{n-r}$ juga digunakan dengan tepat untuk mencari jawapan.

(a)

$$\begin{aligned}\text{standard deviation} &= npq \\ &= 10\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right) \\ &= \frac{20}{9}\end{aligned}$$

Jawapan di atas mempamerkan kesilapan calon. Rumus varians telah digunakan, bukan sisihan piawai mengikut kehendak soalan.

$$\begin{aligned}&P\left[{}^{10}C_1\left(\frac{1}{3}\right)^1\left(\frac{2}{3}\right)^9\right] + P\left[{}^{10}C_0\left(\frac{1}{3}\right)^0\left(\frac{2}{3}\right)^{10}\right] \\ &= 0.0867 + 0.0173 \\ &= 0.104\end{aligned}$$

Calon salah tafsir $P(x \geq 1)$ sebagai $P(x=1) + P(x=0)$ walaupun rumus $P(x=r)$ digunakan dengan tepat dan penggantian yang betul.

SARANAN KEPADA CALON

1. Calon dinasihatkan untuk meneliti dan menguasai konsep matematik dan membuat banyak latihan untuk menguasai kemahiran penyelesaian masalah dalam Matematik Tambahan.
2. Calon hendaklah sentiasa membuat latihan menjawab soalan-soalan klon SPM dan kertas soalan SPM tahun-tahun lepas untuk membiasakan diri dengan format soalan sebenar.
3. Buat persediaan yang secukupnya, tunjukkan jalan kerja yang bersistematik semasa membuat latihan agar terlatih dengan cara yang betul semasa peperiksaan sebenar.
4. Calon mesti mahir dengan penggunaan kalkulator saintifik.
5. Sepanjang proses pengiraan, tidak digalakkan membuat perbundaran nombor perpuluhan sehinggalah jawapan akhir diperolehi. Calon hendaklah mengguna nombor perpuluhan betul kepada sekurang-kurangnya 4 angka bererti dalam langkah kerja.
6. Jawapan akhir yang diberikan mestilah dalam bentuk yang paling ringkas atau betul kepada sekurang-kurangnya 3 angka bererti jika jawapan dalam bentuk nombor perpuluhan dan 2 tempat perpuluhan bagi sudut dalam darjah.
7. Calon harus menggunakan senarai rumus matematik yang dibekalkan dalam kertas soalan dengan sepenuhnya.
8. Calon hendaklah membaca soalan dengan teliti dan memahami kehendak soalan sebelum menjawabnya. Gariskan maklumat penting yang tersirat dalam soalan supaya tidak tertinggal sebarang maklumat ketika menyelesaikan masalah.
9. Calon dinasihat semak semula semua soalan atau ceraihan soalan untuk memastikan setiap bahagian telah dijawab.
10. Tunjukkan semua langkah penyelesaian dengan jelas, tersusun dan sistematik dalam ruang kerja yang disediakan. Sekiranya terdapat ceraihan soalan, tulis penyelesaian (a), (b) dan (c) dengan jelas. Tunjukkan jawapan muktamad bagi setiap soalan atau ceraihan soalan dengan jelas.
11. Calon digalakkan untuk mencuba semua soalan.

SARANAN KEPADA GURU

1. Guru perlu mengajar semua subtopik dalam sesuatu tajuk seperti yang terkandung dalam sukatan tanpa meninggalkan bahagian-bahagian yang dianggap tidak penting.
2. Guru perlu membimbing pelajar untuk menguasai konsep Matematik Tambahan yang diajar supaya pelajar dapat mengaplikasikan apa yang dipelajari dalam proses penyelesaian masalah.
3. Guru hendaklah melatih dan menekankan kepada pelajar kepentingan untuk menunjuk langkah kerja yang teratur.
4. Guru perlu memberi latihan tambahan untuk memperkukuhkan kemahiran asas matematik pelajar.
5. Guru mesti memastikan pelajar menggunakan nombor perpuluhan sehingga 4 angka bererti dalam langkah kerja dan membundarkan jawapan akhir kepada sekurang-kurangnya 3 angka bererti. Untuk soalan yang melibatkan sudut dalam darjah, 2 tempat perpuluhan harus digunakan dalam langkah kerja dan jawapan akhir.
6. Guru harus membimbing pelajar untuk menguasai teknik menjawab; membina kemahiran menggunakan maklumat daripada gambarajah untuk menyelesaikan masalah.
7. Guru hendaklah membimbing pelajar untuk mengenalpasti kata kunci soalan sebelum mengaplikasikan rumus atau kaedah yang sesuai untuk menyelesaikan masalah.
8. Perbanyakkan aktiviti pengujian formatif menerusi pendekatan diagnostik untuk memperoleh maklumbalas semasa.
9. Guru harus mengenalpasti kelemahan pelajar menerusi Analisis Item dan tindakan susulan perlu dilakukan untuk proses pemulihan pelajar.
10. Guru digalakkan menyediakan pelan pengajaran mengikut kemampuan pelajar yang berbeza tahap dan sentiasa bersedia memberi bimbingan dan motivasi kepada pelajar lemah.
11. Guru harus mempelbagaikan soalan dalam latihan tubi, bermula dengan soalan aras rendah hinggalah ke aras tinggi, termasuk soalan KBAT.
12. Guru harus membimbing pelajar dalam penggunaan kalkulator saintifik.
13. Perisian komputer yang sesuai harus digunakan untuk mengajar topik matematik yang abstrak, contohnya perisian GSP dalam topik vektor.
14. Guru boleh memfokuskan sukatan minimum yang sesuai dalam pengajaran dan pembelajaran untuk membantu pelajar-pelajar lemah yang dikenalpasti.